



Otto A. Silva através da sua correspondencia

(Cartas dirigidas do Rio de Janeiro
ao Dr. Barão de Studart).

Permitta-me que lhe offereça um exemplar de um trabalho meu recentemente publicado pela Academia de Sciencias de Lisboa.

Pelo titulo vê se que é uma analyse critica do celebre tratado de philosophia mathematica, o livro sacro dos secretarios de Comte, a obra que muitos julgam impeccavel, emfim a Synthese Subjectiva.

Não foi, todavia, o espirito puramente critico, nem o intuito de demolir que me levou á descoberta dos erros contidos na obra citada; o que me determinou a emprender ahi uma analyse rigorosa foi antes o proposito de recompôr com elementos rectos uma construcção que, melhor comprehendida, pode ter o seu lado bom.

Na minha opinião a Synthese teria sido um livro sem consequencias, si houvesse encontrado o nosso meio sufficientemente edificado nas ideas contemporaneas. Ter-se-hia então assimilado d'ella exactamente aquelle lado bom a que me referi. Mas infelizmente introduzio se na epoca em que a paralysação dos estudos mathematicos era quasi total.

Ora como nada induz melhor a manter a inercia já existente do que um sermão adverso a qualquer genero de actividade em uma sciencia que se dizia estar completa, seguio-se da applicação dos novos preceitos a mais perfeita estagnação.

É precisamente esse estado irracional que eu tenho procurado combater, já demonstrando que se póde ser um grande philosopho e um mediocre mathematico, como Comte, e portanto que ha falta de logica na orthodoxia positivista; já reclamando para aquelles, cuja memoria desapareceu por se achar fora dos limites normaes e estreitos da philosophia positiva, a consagração que merecem pelo seu talento e pelo seu trabalho.

D'ahi provem que eu tenha igualmente tratado de construir com os methodos de Gomes de Souza uma analyse sobre a propagação do som, onde se verifica quão notaveis são os trabalhos de deducção d'aquelle auctor.

Dessa analyse, que encerra um longo e difficil desenvolvimento de calculo integral, resultou a memoria que publiquei no jornal de Sciencias Mathematicas do Dr. Gomes Teixeira.

Terei brevemente o prazer de lhe offerecer um exemplar dos opusculos, que se estão imprimindo no Porto, mas como por uma circumstancia fortuita acho-me possuidor de dous numeros do ultimo fasciculo do jornal, envio-lhe um d'elles, exactamente onde está a conclusão da referida memoria. E é tambem somente neste fasciculo que o desenvolvimento do calculo desaparece para dar lugar ás conclusões phisicas, que d'elle resultam.

Desculpe-me chamar sua attenção para estas questões, que são talvez um tanto aridas.

Queira dispôr de quem com a mais alta consideração assigna se etc.

P. S.—Eu teria o maior prazer em conhecer uma revista, que se publica ahi, da Academia Cearense.

Eis aqui os esclarecimentos, que me pede a proposito de meus artigos.

Não é raro que problema de origem puramente abstracta, cujo unico fim tenha sido exercitar os geometras nas operações de um novo calculo, tornem-se depois problemas de Physica mathematica. Então as solu

ções de character puramente analytico passam a merecer um estudo mais aprofundado, que é muitas vezes um estudo de selecção, de interpretação ou de verificação para experiencias feitas. Taes factos têm acontecido em todos os ramos de Philosophia natural, desde as primeiras elaborações da Mecanica celeste até aos ultimos desenvolvimentos da Mecanica chimica.

Uma lei de character inteiramente mathematico, descoberta por Bernoulli, vem mais tarde dar uma razão de ser á Theoria das marés. As indagações algebricas das propriedades das equações lineares fornecem mais tarde a Cauchy elementos para a descoberta dos raios desvanecentes que acompanham a reflexão total. As formulas de rectificação do lunniscato, da hyperbole e da ellipse servem depois para estudar o pendulo, o movimento dos projecteis, a distribuição das temperaturas na armilla, a forma das laminas elasticas e uma infinidade de exemplos inabordaveis com as funcções algebricas.

Um dos casos mais dignos de nota é sem duvida o que teve lugar para com as superficies minimas, e de que me vou occupar.

Lagrange propoz-se afim de mostrar a superioridade do calculo que acabava de inventar, o calculo das variações, a determinar a superficie, que sob um dado perimetro abrange a menor area. Emquanto o perimetro é uma linha plana é claro que o plano é a superficie pedida. Mas, quando o contorno passa a ser uma curva qualquer, a solução escapa ao raciocinio immediato e exige a applicação de um dos methodos mais fecundos e mais transcendentos da analyse mathematica. Lagrange achou para todas os casos a superficie que goza desta propriedade de minimum, mas sob forma differencial. Isto quer dizer que Lagrange não definio a superficie integral, mas o que ella deve ser nas proximidades de cada um de seus pontos.

Monge, alguns annos mais tarde, mostrou que a superficie em questão devia ser tão concava de um lado em uma direcção quão concava do outro em uma direcção perpendicular, isto é, em linguagem mathematica,

suas curvaturas deviam ser iguaes e oppostas Monge chegou mesmo a dar equações, em termos finitos, de uma tal superficie e um modo geral de geração. A celebre memoria do illustre geometra forma sem duvida um passo capital no desenvolvimento da sciencia; mas publicada em uma epoca de poucos recursos analyticos e ainda não comprehendida na *Physica mathematica*, permaneceu esteril por espaço de um seculo approximadamente. Isto explica porque Meusnier procurou determinar as superficies minimas de revolução e regradas de preferencia a achar um typo mais geral. Explica ainda mais porque Poisson, que resumia em si todos os conhecimentos mathematicos da epoca, se recusasse a interpretar as formulas de Monge. Explica ainda as celebres memorias de Scherk, Catalan, Bonnet onde se encontram novos exemplos de superficies minimas. Mas estas pesquisas de character tão especial já não obedecem só, entre os Bonnet, os Scherk, etc., a uma necessidade geometrica. A *Physica* participa tambem das vantagens da integração.

Com effeito depois que Laplace fundou a *Theoria mathematica da Capillaridade*, corrigindo as supposições gratuitas de Clairault, depois que Poisson completou e rectificou em certos pontos a analyse de Laplace, e depois que Gauss chegou por outro caminho ás mesmas equações, as superficies de curvaturas constantes e sobretudo as que formam curvaturas oppostas e iguaes tornaram-se modelos susceptiveis de realisação com o auxilio das forças naturaes. Em um caso é a forma de uma gotta liquida, em outro a forma de uma bolha de oleo em um liquido não miscivel, em outro ainda é a forma da delgada membrana de um liquido viscoso, que adhere a contornos realisados materialmente. Que se mergulhe em uma dissolução alcoolica de sabão o mais caprichoso contorno, v.g um fio finissimo de ferro irregularmente torcido e dobrado, a membrana delgada que liga as diversas partes do contorno seria uma superficie minima; isto é, a membrana tende pelas acções capillares a preencher a menor area possivel.

Se o fio de ferro forma um contorno plano, a superfície da membrana é um plano. Se o fio affecta a forma de dois circulos parallelos e cujos centros acham-se sobre a perpendicular commum aos dois, a figura obtida é uma alysseida ou catenaide, superficie, cuja geração é consequencia da rotação de um fio flexivel e inextendivel preso em dois pontos, abandonado á gravidade, em redor de um eixo. Se o fio de ferro affecta a forma de uma helice com seu eixo, a membrana é um helicoido regrado analogo aos dois parafusos de filete quadrangular. São estes os casos mais simples conhecidos desde Meusnier.

Desde que o fio, porem, tenha uma fórma mais complicada o problema de achar *a priori* a superficie da membrana offerece difficuldades muitas vezes insuperaveis. O calculo integral não está sufficientemente adiantado para dar a solução em todos os casos. É conveniem observar que «calculo integral» aqui comprehende não só o calculo integral algebrico mas o calculo elliptico e ultra-elliptico.

O problema encarado debaixo do ponto de vista mais geral é denominado problema de Plateau. Este physico propoz-se a realisar experiencias que permaneceram classicas na capillaridade. Chegou a descobrir e a formar as superficies de curvatura constante conhecidas hoje com os nomes de nodoide e onduloide. A analyse mathematica confirmou as previsões de Plateau.

Mas no que concerne ás superficies minimas, apesar dos eminentes trabalhos de Riemann, o problema continúa desafiando a sagacidade dos geometras.

Convem observar que o caso das superficies de curvatura constante é mais geral que o das superficies minimas, porem menos attrahente.

As melhores contribuições para o problema de Plateau são inquestionavelmente as de Riemann. A memoria do illustre geometra, apresentada pelo Sur. Niewergowski nos annaes da Escola Normal Superior, é pelas difficuldades vencidas e pela elevação dos methodos

um documento mathematico digno de figurar ao lado dos immortaes trabalhos de Lagrange.

Riemann foi muito cedo arrebatado á Sciencia. Suas producções em grande parte, e notavelmente esta memoria achava-se quasi reduzida ao symbolismo algebrico.

Niewenglowski reconstituiu-a, mas terminou-a com uma convicção digna de commentarios. A leitura torna-se bastante difficil para muitos leitores que melhor apreciam o calculo desenvolvido.

Eu procurei, então, tornar facil aos que possuem bem a Theoria das funcções ellipticas (entre nós bem poucos, graças á nociva influencia positivista) a apreciação do final deste bello trabalho, tanto mais quanto ahi acham-se justamente superficies de facil realisação experimental.

Minha equação final differe um pouco da de Niewenglowski porque para a integração introduzi outras funcções de Jacobi. Mas a um leitor pratico será facil estabelecer o accordo.

Eis aqui, pois, em poucas palavras o que tentei e consegui n'um assumpto de que poucos se preocupam hoje.

A fórmula de Stokes, para a qual apresentei uma demonstração simples, foi creada com o fim de provocar certas transformações mathematicas, mediante as quaes passa-se a observar em uma superficie um phenomeno limitado a uma curva. Estas transformações são assás numerosas em todo o estudo da energia quer mecanica, quer elastica, thermica, electrica ou magnetica.

Assim é que se um systema de corpos electrizados, de funcções bem definidas no espaço, desloca-se e descreve um cyclo fechado, o trabalho produzido sendo nullo, a formula de Stokes estabelece condições algebricas para que este facto se dê.

A formula de Stokes foi encontrada pela primeira vez por Ampère na electrodymanica. E', porém, ao physico Stokes que se deve o aspecto que ella conserva hoje, simples, symetrico e elegante

Maxwell, em um celebre tratado de electricidade e

magnetismo, emprega-a desde as primeiras paginas do livro com tal exito que se é tentado a crêr na impossibilidade de estabelecer as equações do campo electro-magnético sem seu auxilio. Estas equações mostram que a luz é um phenomeno electro-magnético e estabelecem uma correlação entre dois phenomenos, presentida, mas não provada até Maxwell.

Porque, comquanto os phenomenos de polarisação rotatoria magnetica e os phenomenos de dupla refração de crystaes monorefringentes no campo magnetico de Faraday tenham feito crer em uma ligação provavel entre a optica e a elasticidade, se não podia prevêr em que consistiria o novo mecanismo, capaz de substituir a vibração transversal do ether.

É agora que se sabe verificar experimentalmente as consequencias da theoria, que se realisam com a electricidade todas as experiencias classicas da luz, já não é permittido duvidar da origem commum de duas manifestações distinctas da energia.

Uma tal demonstração, que fórma o passo mais agigantado da Physica moderna, não pode ser comprehendida sinão por aquelles que possuem os conhecimentos analyticos indispensaveis para acompanhar o calculo

Entre elles occupa um dos primeiros logares a formula de Stokes.

Foi attendendo, pois, á importancia da transformação que me propuz, apezar das demonstrações de Picard, Stokes, Poincaré, Blondlot, a construir muito simplesmente a fórmula. Infelizmente trabalhos desta natureza são acolhidos, em nosso meio, com um indifferentismo desanimador.

Só tenho recebido até hoje reclamações por causa da *difficuldade*, e neste ponto me está cabendo a sorte de Gomes de Souza, que ficou incomprehendido até hoje.

Tendo já feito os desenvolvimentos que comportavam dois dos quatro artigos publicados na Revista da Escola Polytechnica, resta-me agora dizer algumas pa-

lavras acerca do primeiro que, comquanto seja o mais elementar, é o unico, por ser talvez o unico lido, que tem produzido um certo clamor.

Conforme se verifica do numero citado da Revista, fiz ahi especial menção de quatro erros de mathematica (não são os unicos) na *Synthese Subjectiva*, livro sobre o qual o auctor não permite nem commentarios, nem anotações e muito menos correcção.

Dois dos erros apontados pertencem a esta importante theoria crêada por Lagrange e denominada theoria dos contactos, aliás bem interpretada por Comte, mas incompreensivelmente mal applicada.

Os dois ultimos revelam, de um lado, lapso ou —com menos optimismo— ignorancia de um assumpto esgotado desse Monge, de outro, deploravel illusão acerca de um pretenso theorema presentido pelo philosopho.

Que conjecturas poder-se-ha fazer para explicar esta serie de desastres?

Relativamente ao primeiro erro é evidente que Comte o commetteu por *não ter sabido enumerar os parametros ou as constantes de duas equações*.

Onde elle diz haver oito só existem na realidade sete. Só assim se comprehende a infeliz idéa de uma helice osculatrix capaz de condensar philosophicamente todas as noções da curvatura linear.

Custa crêr, bem sei, semelhante falta em um espirito superior; mas não é razão para occultal a. Ao contrario é preciso estigmatizal-a severamente, para que predomine um certo espirito de justiça e imparcialidade no dominio da sciencia. Porque se aqui não existir, peor será em qualquer parte. Pois bem. Desde que sete e não oito é o numero de constantes da curva osculatrix, já se não póde fallar de quatro pontos em helice, como se diz, tres pontos em circulo ou dois em linha recta.

A disparidade entre o numero de equações e o numero de parametros na helice provem sem duvida da propria natureza do lugar.

Da falta desta apreciação Comte foi naturalmente

levado a crêr na possibilidade de fazer passar esta curva por quatro pontos infinitamente visinhos.

Seduzido pela uniformidade do typo geometrico, o auctor da Synthese, cujas preocupações eram sobretudo de natureza philosophica, recuou ante a complicação dos calculos (complicação aliás imaginaria) que com certeza tel-o hiam advertido em tempo. E este facto mostra ainda mais uma vez que nada se adquire em Mathematica, mantendo a systematica aversão que Comte nutria contra todo desenvolvimento algebrico.

O que venho de dizer acerca da helice applica-se *mutatis mutandis* ao cône osculador. Mas a demonstração clara e precisa, que dei no numero citado da Revista, dispensa-me de qualquer esclarecimento.

No trecho, em que me occupo das evolutas das curvas de dupla curvatura, não fiz mais do que dar uma demonstração nova de um theorema repetido á saciedade em todos os tratados de calculo differencial. Dispensei-me de conjecturas porque Comte chama «*developpee*» ao lugar dos centros de curvatura. Para iustificar semelhante denominação não procurei mesmo invocar o exemplo de Lagrange, porque os casos não são comparaveis.

As evolutas das curvas reversas acham-se todas traçadas na superficie polar e são demais geodesicas d'esta superficie. E' esta uma proposição elementar sobre a qual é inutil insistir. O esquecimento de lei tão simples é imperdoavel. O quarto erro é uma destas enormidades que se acobertam com o manto da sciencia e se repetem quotidianamente na certeza de que ninguem vae esmiuçal-as. Comte ao escrever sua geometria analytica emittio uma proposição exacta, que elle não demonstrou mas que é demonstravel. Vinte annos mais tarde o mesmo auctor, suppondo ter commettido uma falta, substitue a tal proposição certa por uma outra diametralmente oposta, *porque em seus cursos publicos assim tinha verificado*. Isto, que o vulgo chama—emenda peor que o soneto—faz parte do livro infallival e, comquanto em nada altere o

systema philosophico, deixa materia para serias reflexões acerca das aptidões de Comte geometra.

Tenho a satisfação de offerecer-lhe o segundo volume da Revista dos Cursos da Escola Polytechnica, onde publico um trabalho que é de algum modo supplemento ao do anno anterior.

Infelizmente o que não posso enviar por este vapor são as notas bibliographicas que o illustre amigo deseja possuir. Muito atarefado com os trabalhos do Congresso Scientifico e com os trabalhos escolares, não tive ainda a oportunidade de organizar esse documento que demanda a maxima reflexão e o mais elevado criterio. Espero que o amigo conceder me-á a permissão de fazel-o com mais vagar logo que terminem as sessões de Agosto.

Queira receber os protestos da mais alta estima que lhe consagra etc.
